

## CLASA A VII-A

**Problema 1.** Găsiți toate tripletele de numere naturale  $(a, b, c)$ , care satisfac simultan condițiile

- $1 \leq a < b < c \leq 100$ ,
- $b$  este media geometrică a lui  $a$  și  $c$ ,
- $\{\sqrt{b}\}$  este media aritmetică a lui  $\{\sqrt{a}\}$  și  $\{\sqrt{c}\}$ .

(Prin  $\{x\}$  se notează partea fracționară a lui  $x$ .)

**Problema 2.** În triunghiul  $ABC$ , se consideră dreptele concurente  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ , unde punctele  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  se află pe segmentele  $BC$ ,  $AC$ , respectiv  $AB$ . Să se arate că dacă punctul comun al celor trei drepte  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  este centrul cercului înscris în  $\Delta A_1B_1C_1$ , atunci acesta este de asemenea ortocentrul  $\Delta ABC$ .

**Problema 3.** Dintre toate triunghiurile nedegenerate cu laturi numere naturale și perimetrul 100, determinați triunghiul cu aria minimă.

**Problema 4.** Fie  $4n$  puncte în plan, astfel încât oricare trei dintre ele nu sunt coliniare, unde  $n \geq 1$ . Să se arate că mulțimea centrelor de greutate ale triunghiurilor care se pot forma având vârfurile în aceste puncte conține cel puțin  $4n$  elemente.

---

Timpul de lucru este de 4 ore. Fiecare problemă este notată de la 0 la 7 puncte.